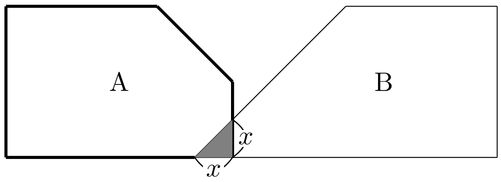
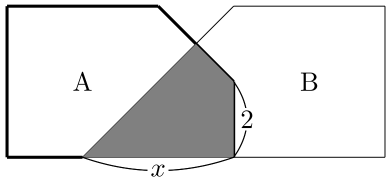
H２１年度　小論文２　解答例**【問 1】**

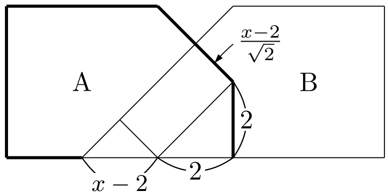
(1) ① のとき、



であるから、$S=\dfrac{1}{2}x^2$

② のとき、

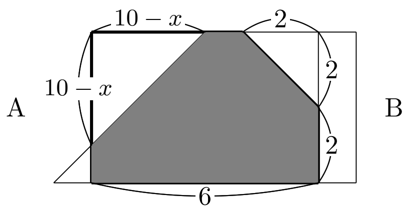




であるから、例えば次のように求める。

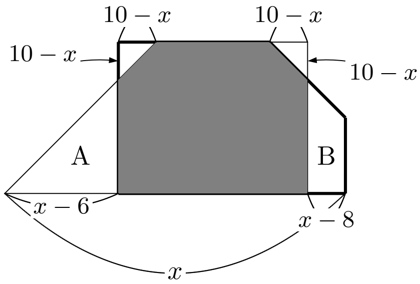
$$S=\frac{1}{2}\times 2^2+\frac{x-2}{\sqrt{2}}\times 2\sqrt{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{x-2}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{4}x^2+x-1$$

③ のとき、



であるから、$S=6\times 4-\dfrac{1}{2}(10-x)^2-\dfrac{1}{2}\times 2\times 2=-\dfrac{1}{2}x^2+10x-28$

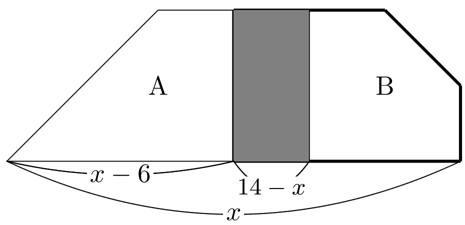
④ のとき、



であるから、上図で、長方形のから両上角の同じ三角形 2 つをひけばよい。

$$S=(x-(x-6)-(x-8))\times 4-\frac{1}{2}(10-x)^2\times 2=-x^2+16x-44$$

⑤ のとき、



であるから、$S=(8-(x-6))\times 4=(14-x)\times 4=56-4x$

以上より、

① のとき、$S=\dfrac{1}{2}x^2$

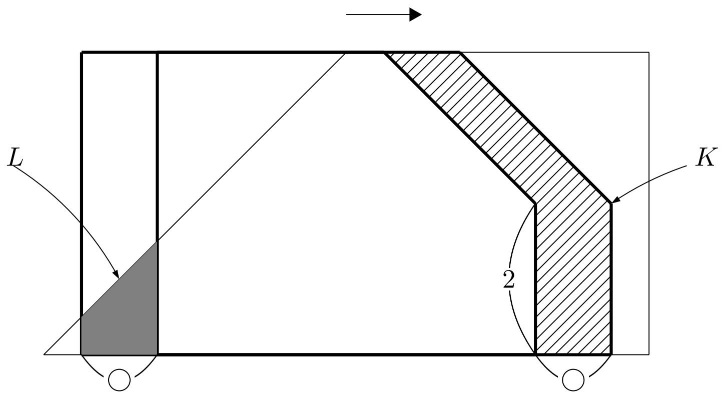
② のとき、$S=\dfrac{1}{4}x^2+x-1$

③ のとき、$S=-\dfrac{1}{2}x^2+10x-28$

④ のとき、$S=-x^2+16x-44$

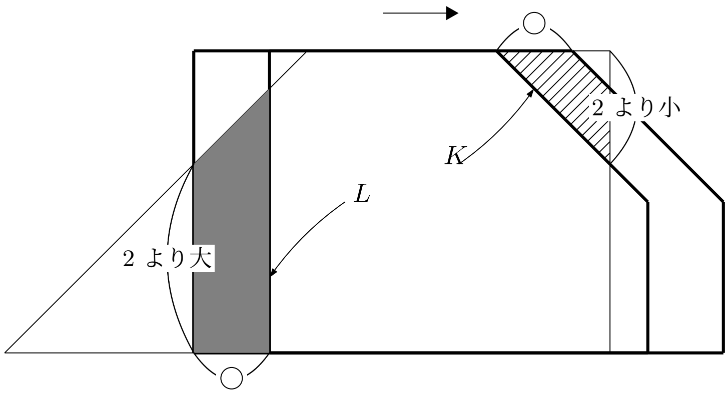
⑤ のとき、$S=56-4x$

(2) ③ のとき、



上図より、L(減少分) $<$ ○ $\times 2$(長方形の面積) $<$ K(増加分) である。すなわち、③ のとき、S は増加する。

④ のとき、



上図より、L(減少分) $>$ ○ $\times 2$(長方形の面積) $>$ K(増加分) である。すなわち、④ のとき、S は減少する。

以上より、①②③ で S は増加、④⑤ で S は減少する。すなわち、$0 \leqq x \leqq 8$ のとき S は増加、$8 \leqq x \leqq 14$ のとき、S は減少する。$x \geqq 14$ のときは、S は値 0 をとり一定となる。また、①、②、③、④、⑤、の境目の部分、$x=2$、$x=6$、$x=8$、$x=10$、($x=14$) では、それぞれの x の値の前後での A と B の重なった部分の面積の変化はうまくつながっている。よって、S は $x=8$ のときに最大となる。

また、このときの S の値は、(1) で求めた式を用いて、

③ のときの、$S=-\dfrac{1}{2}x^2+10x-28$ に、$x=8$ を代入して、

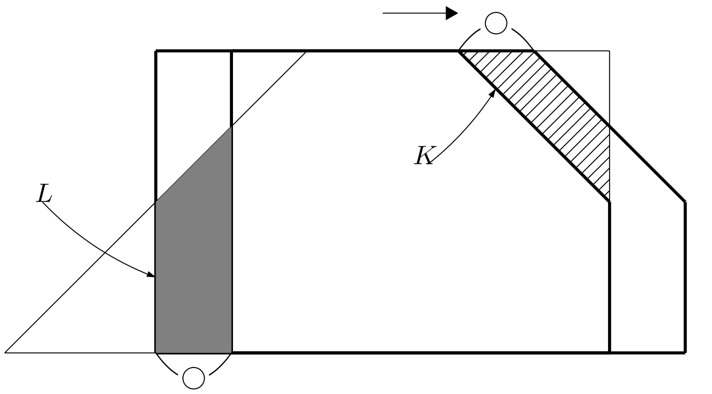
$$S=-\frac{1}{2}\times 8^2+10\times 8-28=20$$

④ のときの、$S=-x^2+16x-44$ に、$x=8$ を代入して、

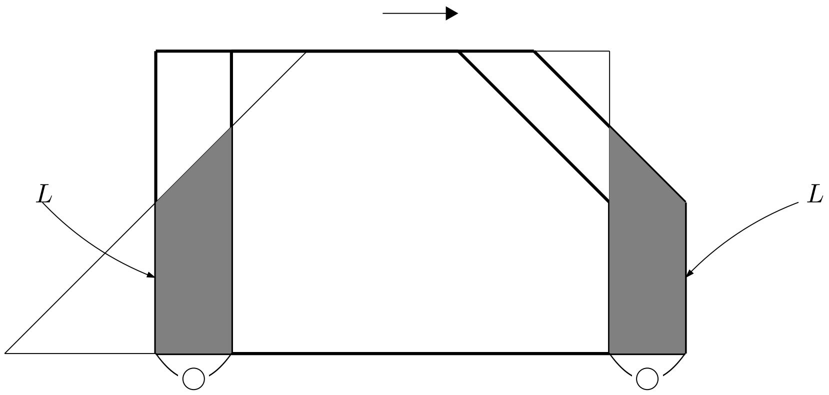
$$S=-8^2+16\times 8-44=20$$

である。したがって、図形 G の面積の最大値は $20\ \mathrm{cm}^2$ である。　　（解答終わり）

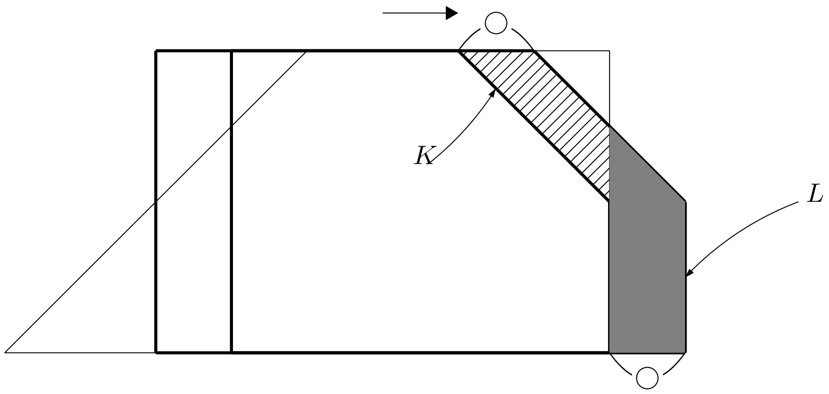
＜参考１＞　特に、$x=8$ から x の値を少しだけ増やしたときの状態を下図にかく。



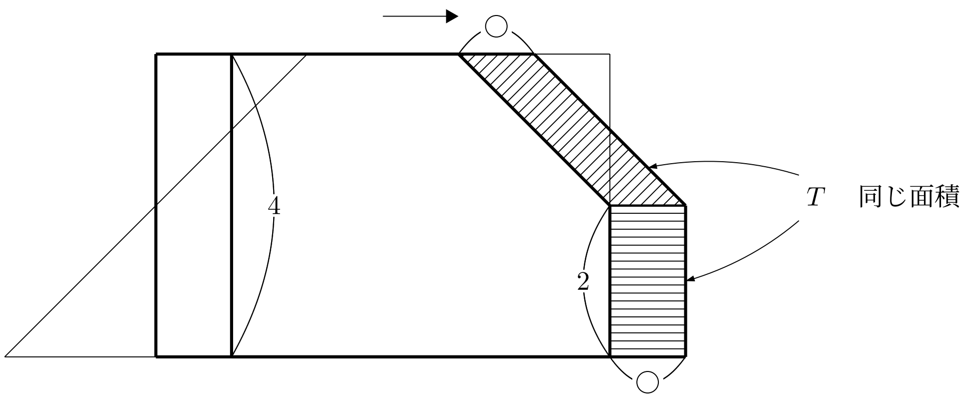
ここで、



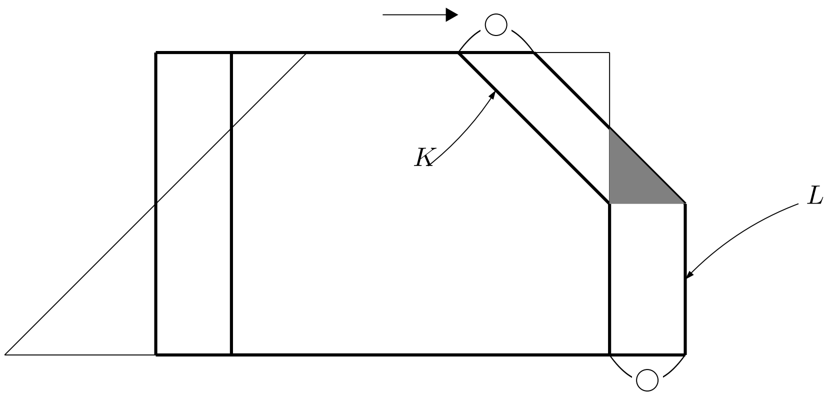
であるから、増加分の面積 K と減少分の面積 L は、次図のように考えればよい。



ここで、



$T = \bigcirc \times 2$ で、上の平行四辺形の面積と下の長方形の面積が等しいことに注意して、下図の塗りつぶしの部分だけ全体の面積は減る。



すなわち、K(増加分) $< T < L$(減少分) となる。

これより、$x = 8$ から S が減少しだすことがわかる。

＜参考２＞　(1) で求めた関数 S のグラフです。2 次関数のグラフは高校１年生の内容に含まれます。