

1/f ゆらぎと生物に関する数理的研究

研究者 池口 拓磨
三井 知新
湯川 大悟
指導者 古牧 先生

1, 研究の動機

・聞いていると頭がよくなったり、お腹の中にある赤ちゃんに良いといわれる 1/f ゆらぎの音楽とはどんなものであるのか興味を持ちました。そうしたことから、1/f ゆらぎについて深く調べたいと思いました。

2, 研究の目的

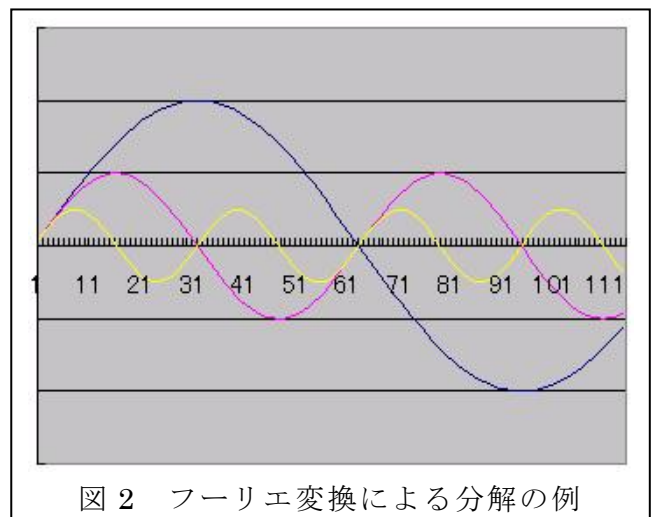
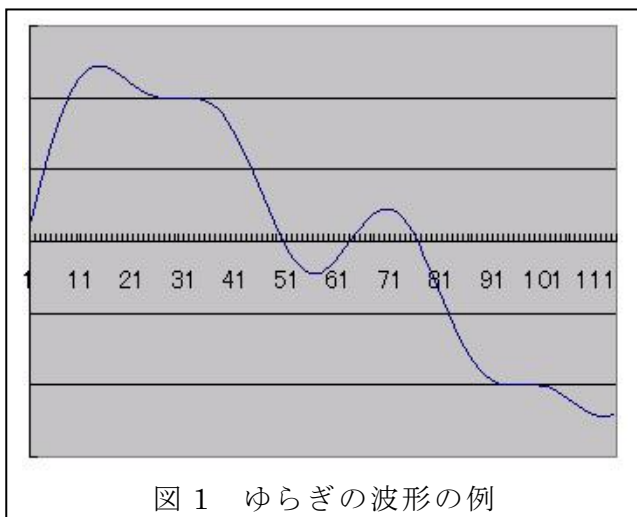
・どのような音楽が 1/f ゆらぎになっているかを調べる。そこからさらに研究を進めて生物と 1/f ゆらぎの関係について知る。

3, 1/f ゆらぎとは？

ことのはじめは、電氣的導体に電流を流すとその抵抗値が一定ではなく、不安定にゆらいでいることが 80 年ほど前に発見されたことによります。そのゆらぎは、ゆらぎの波形のパワースペクトルが周波数 (frequency: f) に反比例することから、「1/f ゆらぎ」と名付けられました。

1/f ゆらぎは、ろうそくの炎やそよ風、小川のせせらぎ、蛍の光り方などの様々な自然現象の中に見出されます。生物の細胞の活動にも 1/f ゆらぎが存在すると言われます。人の体の活動のリズムも 1/f ゆらぎに関係していて、例えば心拍の間隔の変化は 1/f ゆらぎになっています。そのため、体のリズムと同じ 1/f ゆらぎによって、人間は心地よい気分になると思われま

す。では、1/f ゆらぎについてさらに詳しく説明しましょう。



すべての波形は、フーリエ変換によっていくつかの異なる周期、振幅の正弦波の和として表されます。例えば、図 1 の波はフーリエ変換によって図 2 の 3 つの正弦波に分解され、それらの和で表されます。このとき、横軸に周波数 f 、縦軸に振幅の正の平方根 P (波のパワー) をとった座標平面上に 3 つの波を表すと、図 3 の棒グラフが描けます。

フーリエ変換の結果において、 P が f に反比例するとき ($P = a / f$ (a は正の定数) となる)、グラフは図 4 のような曲線を描きます。

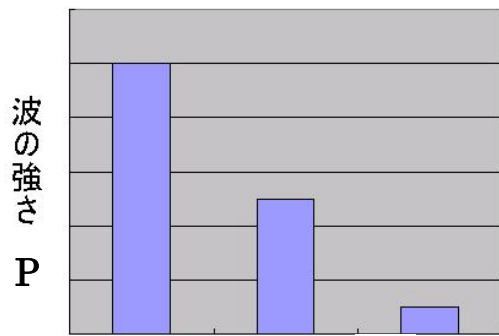


図 3 周波数 f

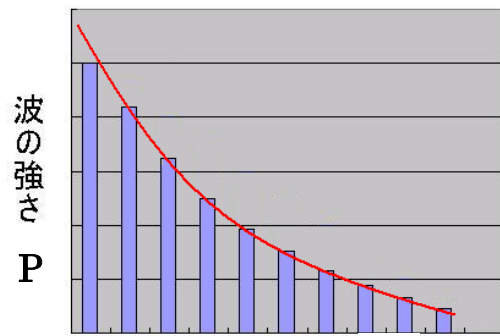


図 4 周波数 f

このとき、両軸の対数をとると、図 5 のような傾きが -1 の直線が得られます。このような $P = a/f$ となる波の波形を『 $1/f$ ゆらぎ』と呼んでいます。

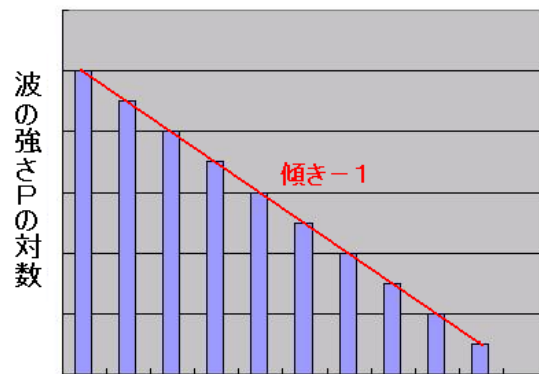


図 5 周波数 f の対数

直線の傾きが -1 より小さくなる（傾きが急になる）ゆらぎの波形は単純で正弦波に近いので、このようなゆらぎを『過小なゆらぎ』といいます。それに対して、傾きが -1 より大きくなる（傾きが水平に近くなる）ゆらぎの波形は複雑なので、このようなゆらぎを『過剰なゆらぎ』といいます。 $1/f$ ゆらぎの波形はこの 2 つの中間で適度な変化をもっているため、 $1/f$ ゆらぎのことを『適度なゆらぎ』といいます。

4. 仮説と検証

検証 A（音楽における $1/f$ ゆらぎ）

A-1

仮説

・ $1/f$ ゆらぎについてある程度理解のできた僕たちは、普段聴いている音楽にも $1/f$ ゆらぎがあるのではないかと考えました。そこで、フーリエ変換の原理で音楽のゆらぎを解析してくれるフリーソフト『ゆらぎ解析くん』で、様々なジャンルの曲のゆらぎを調べることにしました。ウィキペディアによると、 $1/f$ ゆらぎになっているのはベートーヴェンの曲や美空ひばり、宇多田ヒカルの歌などです。そこで次の仮説を設定しました。

仮説 A 「 $1/f$ ゆらぎの音楽は心地よい」

A-2

検証方法

・様々な曲を『ゆらぎ解析くん』で解析して過小なゆらぎ、適度なゆらぎ（1/f ゆらぎ）、過剰なゆらぎの3段階に分類して比較します。

A-3

検証結果

	曲名	作者名 or 歌手名
過小なゆらぎ	交響曲 第4 1 番 ハ長調 K.551 「ジュピター」 第二楽章	モーツァルト
	キセキ	Green
	青春アミーゴ	修二と彰
	G 線上のアリア	バッハ
	カルメン の 闘牛士の歌	ジョルジュ・ビゼー
	トルコ行進曲	モーツァルト
	ガイナーヌ の 剣の舞	アラム・ハチャトゥリアン
過剰なゆらぎ	ウルトラソウル	B'z
	川の流れのように	美空ひばり
	Real Face	KAT-TUN (カトゥーン)
	手紙	アンジェラ・アキ
	ピアノ・ソナタ「月光」 第三楽章	ベートーヴェン
適度なゆらぎ (1/f ゆらぎ)	天国と地獄 序曲	ジャック・オッフエンバック
	旅立ちの日に	川島あい
	「運命」 第一楽章	ベートーヴェン
	フルートとハープのための協奏曲 ハ長調 K.299 第二楽章	モーツァルト
	Prisoner Of Love	宇多田ヒカル
	絆	亀梨和也

表1 音楽のゆらぎ解析の結果

・では、過小なゆらぎから詳しく説明します。図6の『G線上のアリア』のグラフを見てく
ださい。棒グラフが 横方向を周波数 f、縦方向を波の強さ P とし
て表した解析結果で、滑らかな線は理想的な 1/f ゆらぎのラインです。

棒グラフが理想的な 1/f ゆらぎのラインから下方にはずれていることがわかります。これは、曲調の変化が少ないことを示しています。

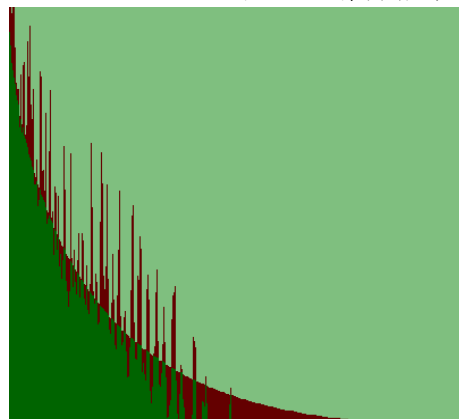


図6 G線上のアリア

・次に過剰なゆらぎです。過剰なゆらぎになったのはロック系やテクノ、ポップス系が多い
のですが、表1のB'zの『ウルトラソウル』と美空ひばり『川の流れのように』のグラフ
(図7、8)を見てみましょう。

図 7 のグラフを見ると、棒グラフが理想的な $1/f$ ゆらぎより激しく上へはみ出しています。これは、曲調の変化が多いことを示しています。

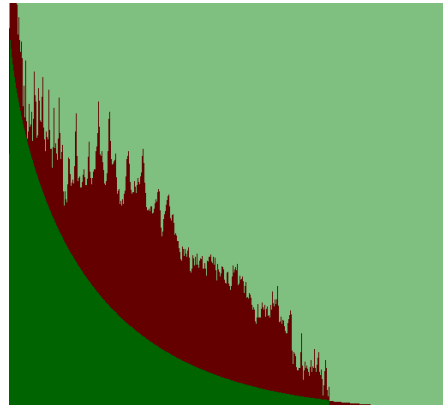


図 7 ウルトラソウル

美空ひばりの曲は $1/f$ ゆらぎになると聞いていた僕たちは、期待をこめて美空ひばりの『川の流れのように』を解析した結果、まさかの過剰なゆらぎでした。それが図 8 です。

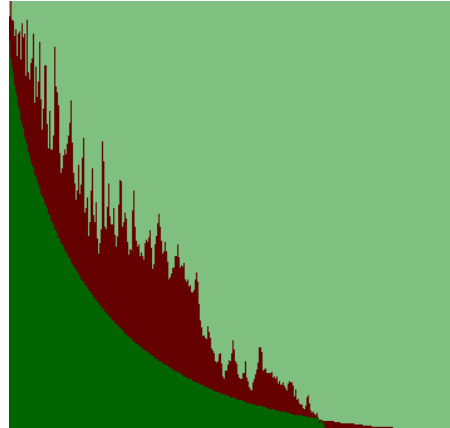


図 8 川の流れのように

ちなみにテレビやラジオの受信できないチャンネルから出る「サー」「ザー」という雑音のグラフは右の図のようになります。

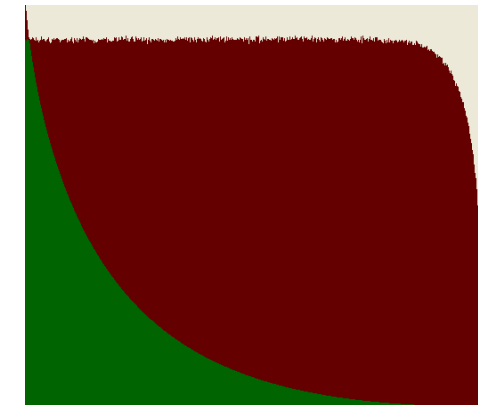


図 9 ホワイトノイズ

・最後に適度なゆらぎです。適度なゆらぎになったのはクラシックやバラード系が多いのですが、表 1 のベートーヴェンの『「運命」第一楽章』のグラフ（図 10）を見てください。

解析したすべての曲の中で一番、棒グラフが理想的な $1/f$ ゆらぎに近くなりました。やはり、ベートーヴェンの曲は激しい曲調でも理想的な $1/f$ ゆらぎになりました。

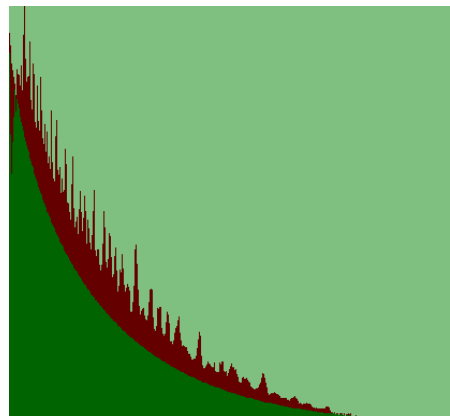


図 10 運命

結論： $1/f$ ゆらぎの音楽の多くが人間にとって心地よい音楽であると考えられます。

検証 B (生物的な動きと 1/f ゆらぎ)

B - 1

仮説

・ 1/f ゆらぎの変化の音楽が心地よいのは、人の体に 1/f の生体リズムがあるためだと考えられます。このことからチョウなどの虫の動きも 1/f ゆらぎと関係しているのではないかと予想し、人工的にチョウの動きを 1/f ゆらぎで表現してみます。そして、それが本当にチョウの動きに見えるのか検証します。結果的に、1/f ゆらぎによりチョウの動きを表現することができると思えました。

仮説 B 「1/f ゆらぎで動くチョウの模型は、1/f ゆらぎでないゆらぎで動くチョウの模型より本物が飛んでいるように見える」

B - 2

検証方法

a .ゆらぎ発生装置をつくる

※ゆらぎ発生装置とは、ゆらぎを視覚的に見せることのできるものです。

装置の説明

回転するディスクにとりつけられた波形により、チョウが上下に動きます。

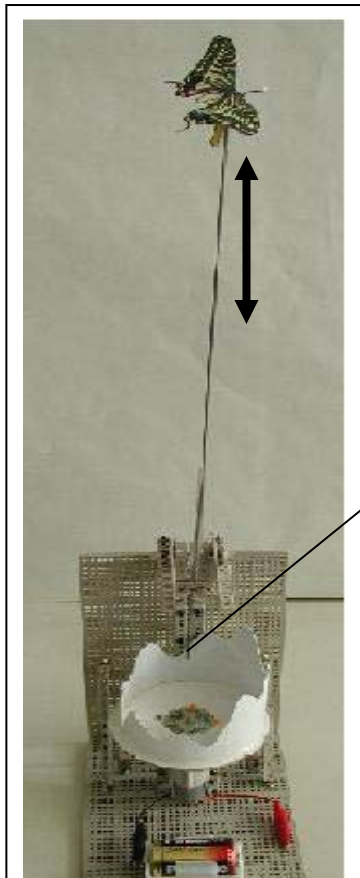


写真1 装置全体

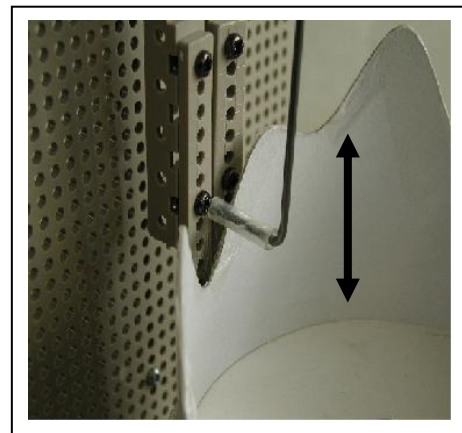


写真2 ゆらぎ発生部

b. ゆらぎ発生装置を使ってアンケートをとる

※ アンケートの方法：ゆらぎ発生装置を三台用意して、一台は $1/f$ ゆらぎを、残りの二台は過小なゆらぎおよび過剰なゆらぎを視覚的に見せます。どの装置がどのゆらぎを視覚的に見せているかをアンケートに協力してくれる人たちにはわからないようにして、一番チョウの動きに近いと感じたものに投票してもらいます。

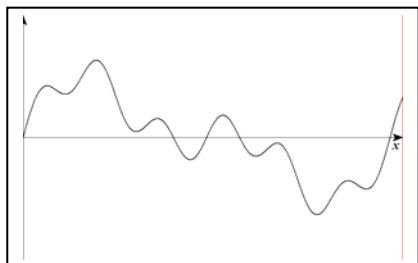


図 11 適度なゆらぎの波形

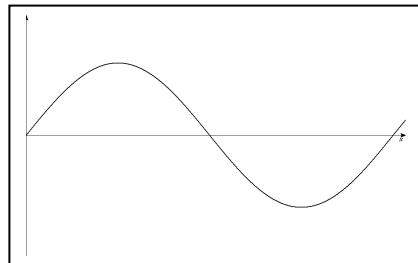


図 12 過小なゆらぎの波形

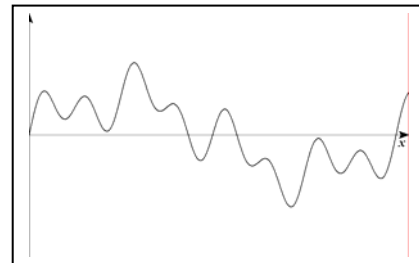


図 13 過剰なゆらぎの波形

B-3

検証結果

	1年4組41人の結果	2年4組30人の結果
適度なゆらぎ ($1/f$ ゆらぎの波)	22人	15人
過剰なゆらぎ (激しい波)	18人	12人
過小なゆらぎ (緩やかな波)	1人	3人

表2 アンケート結果

・ $1/f$ ゆらぎの波に一番票が入りましたが、激しい波にも多くの票が入りました。

検証 C (プランクトンの活動におけるゆらぎ)

C-1

仮説

・ 検証AとBの結果より生体には $1/f$ ゆらぎが関係していると推定されるので、プランクトンの動きの中に $1/f$ ゆらぎが見出せると考えました。

仮説C「プランクトンは、 $1/f$ ゆらぎで動いている」

C-2

検証方法

・ 写真3のミジンコを写真4の管の中に入れて、管内での移動の様子を1次元的に計測します。



写真3 ミジンコ

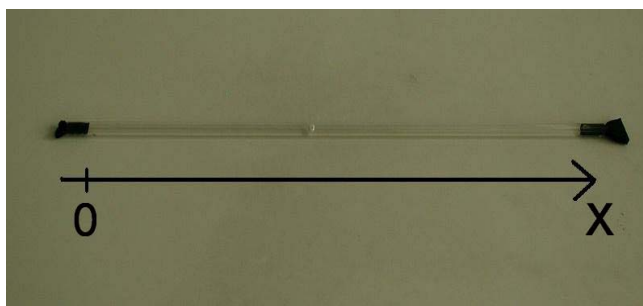


写真4 ミジンコを入れた管

・計測結果を『Prim Math』というソフトを使ってまず「座標と時間のグラフ」で表し、次に「フーリエ変換したグラフ」を描きます。さらに「両軸の対数を取ったグラフ」を描き、このグラフを直線で近似したときの直線の傾きを求め、 -1 に近くなっているか調べます。

C-3

検証結果

a. 観測と解析の例（第2回の計測）

・まずミジンコの位置の変化を計測して下のようなグラフを描きます。

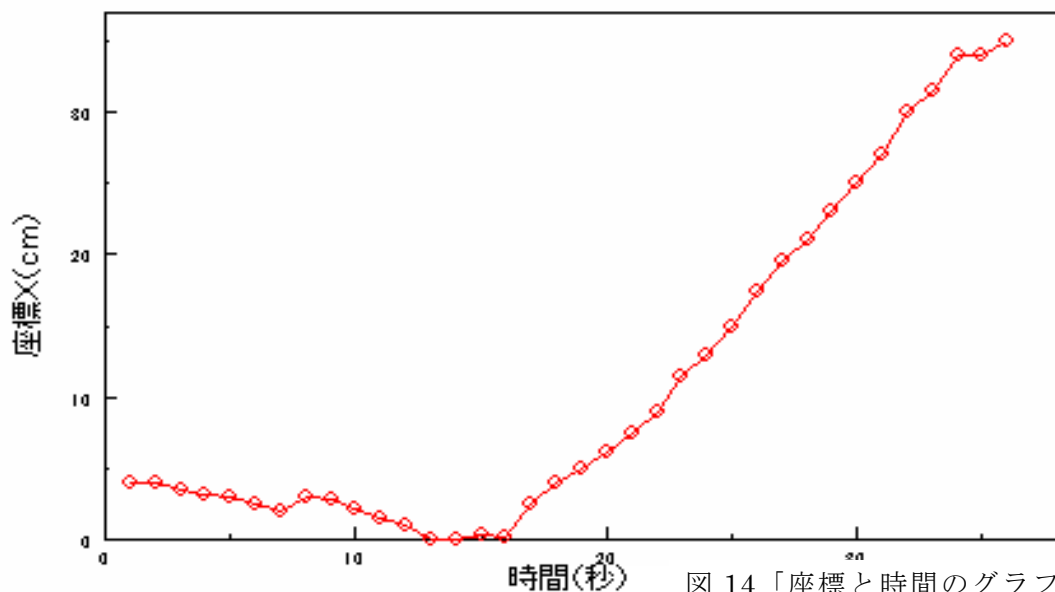


図 14 「座標と時間のグラフ」

・このグラフに対してフーリエ変換を行うと下のようなグラフが得られます。

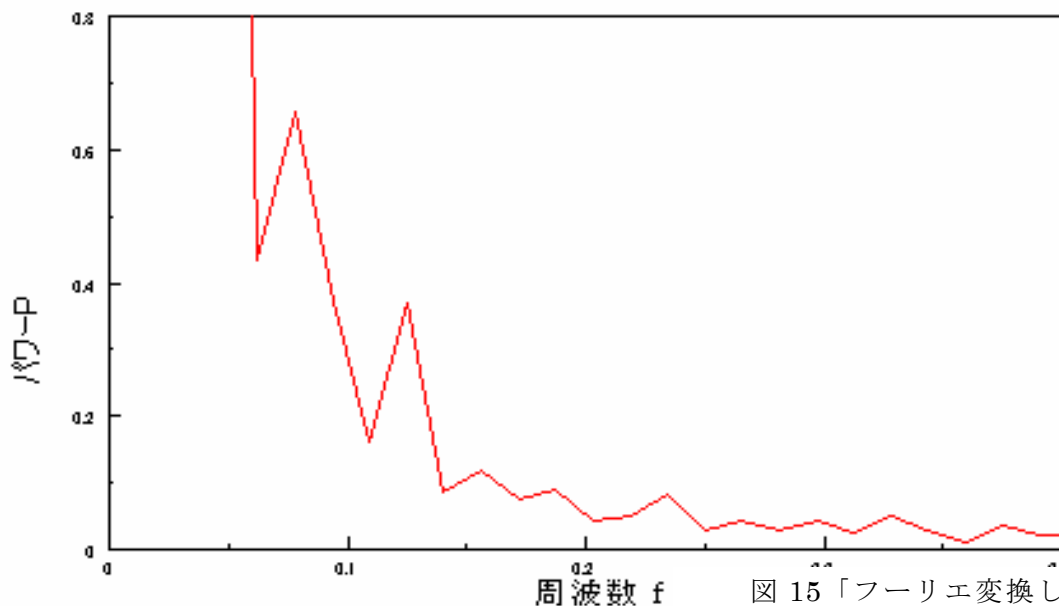


図 15 「フーリエ変換したグラフ」

- ・さらにこのグラフを次のように変換して直線で近似し、その傾きを求めます。

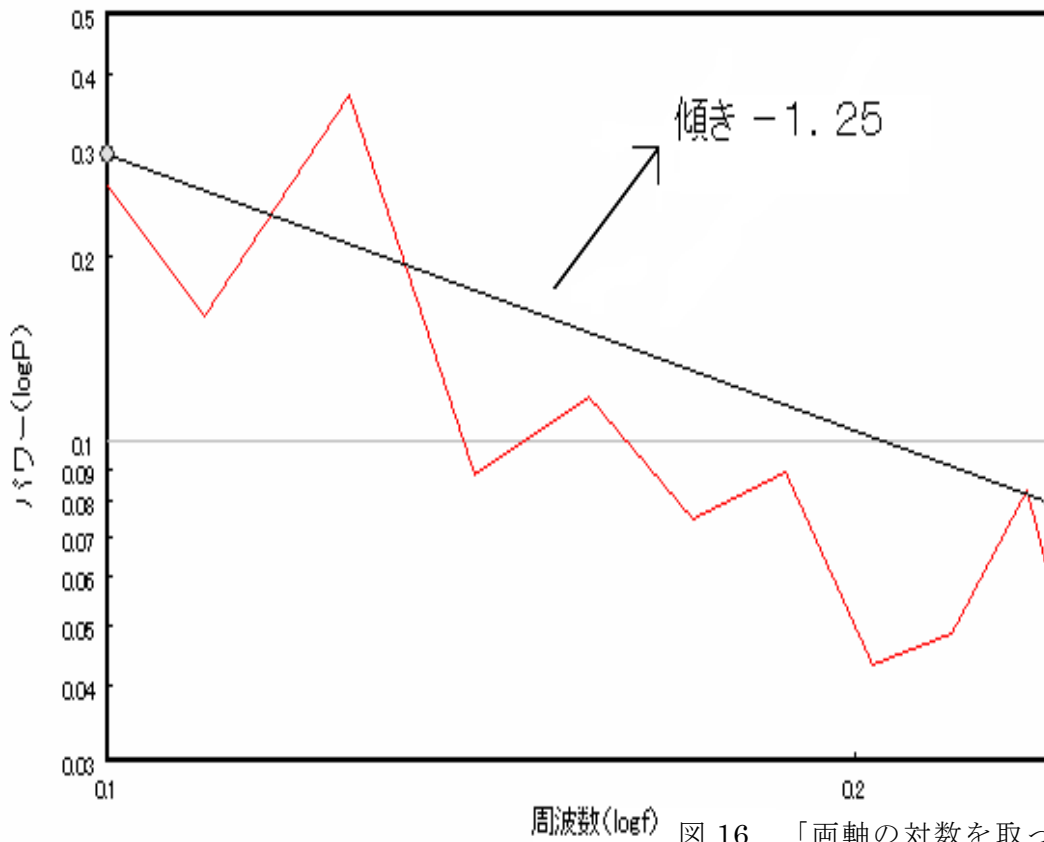


図 16 「両軸の対数を取ったグラフ」

- ・このように傾きが -1 に近ければ $1/f$ ゆらぎになっていると判定できます。

b.6 回の実験のデータ

回数	直線の傾き
1	-1.27
2	-1.25
3	-0.94
4	-1.71
5	-0.86
6	-1.57
平均	-1.27

表 3 6 回の計測を行った結果

- ・傾きの平均は、予想どおり -1 に近くなりました。

5, 考察

検証A) について

・様々な曲を調べて、主にクラシックやバラード系の曲が適度なゆらぎ ($1/f$ ゆらぎ) になったことから $1/f$ ゆらぎになる曲には人間にとって心地よい曲が多いといえます。しかし過剰なゆらぎの曲を聴いて心地よく感じる人もいると思うので、心地よい曲が全て $1/f$ ゆらぎの曲とは言えないと思われます。

・バラード系の曲にもかかわらず『川の流れのように』が過剰なゆらぎになって意外でした。これは、美空ひばりの歌い方に原因があると思います。

・ベートーヴェンはより整った形式を追求し何回も推敲して曲を作ったので、その作品は激しい中にも規則性のある音楽となり、その結果 曲調が激しくても $1/f$ ゆらぎと判定されることがあるのだと思います。また、『剣の舞』などの激しい曲調のクラシックが過剰なゆらぎと判定されることもありました。

・検証の結果から、ゆったりとした曲が $1/f$ ゆらぎの音楽であり、激しい曲が過剰なゆらぎの音楽であるとは言えません。これは、 $P = a / f$ となるのが $1/f$ ゆらぎの音楽である、と定義していることに起因していると思われます。

検証B) について

・ $1/f$ ゆらぎの波形がついた装置のチョウの動きが一番本物のチョウの動きに見えるという結果がでたので、 $1/f$ ゆらぎと虫たちの動きには関係があると考えられます。また人は $1/f$ ゆらぎを自然に感じるということが分かりました。ちなみにアンケートでは過剰なゆらぎにも多くの票が入りましたが、それはチョウがひらひらとゆれながら飛ぶからだと思われます。

検証C) について

・一般的に「両軸の対数を取ったグラフ」の傾きが -1 に近いと $1/f$ ゆらぎだと言えます。今回の検証で傾きの平均が -1 に近くなったので、プランクトンの動きの中に $1/f$ ゆらぎが見られると言えます。

・プランクトンのような単純な生物の動きの中に $1/f$ ゆらぎが見られたので人間や他の生物にも見られると思われます。

総括

・プランクトンの活動には $1/f$ ゆらぎがありました。そのことから、チョウなどの昆虫の活動にも $1/f$ ゆらぎがあると考えられます。また、私たち人間の生体リズムにも $1/f$ ゆらぎがあると考えられます。そのため、人間は視覚的に $1/f$ ゆらぎを自然なものと感じたり、 $1/f$ ゆらぎをもった音楽を心地よいと感じたり、 $1/f$ ゆらぎの扇風機の風を心地よいと感じたりするのだと思います。

・さらにさまざまな動物や自然現象を調べてみると、まだまだ $1/f$ ゆらぎに関わった行動、現象等を探し出すことができるのではないかと予測できます。そうして、深く $1/f$ ゆらぎについて調べていくと、人間の手により作り出されたものであっても、自然の物であっても、その存在の内に $1/f$ ゆらぎが根付いていることが分かると考えられ、この研究はどこまでも追及していくことのできる興味深い研究ではないかと思われます。

6, 反省・感想

- ・なから期待していたとおりの結果になったので、 $1/f$ ゆらぎは少なからず生物の動きに関係していることがわかりました。装置を作るのがとても大変でしたが、なんとかうまくできたのでよかったです。(池口)
- ・ゆらぎ発生装置を作るのが一番大変だったけど自分の手でゆらぎを作ることができるとうわかったし、実際に作ることができてよかったです。
- ・普段聞いている曲の中やプランクトンの動きの中など自分達の身の回りにはたくさん $1/f$ ゆらぎがあるということがわかりました。(三井)
- ・検証のなかで一番苦労したのがゆらぎ発生装置の製作ですが、苦労した分、いいものができました。
- ・様々な検証を通して $1/f$ ゆらぎが人間に大いに関わっていることがわかりました。また、自らの手で $1/f$ ゆらぎ発生装置を作り、 $1/f$ ゆらぎを意図的に作り出すことができて感動しました。(湯川)

7, 参考文献

インターネット

<http://www.bfl.co.jp/yuragi/about1-fyuragi.html>

(ゆらぎ研究所)

<http://ja.wikipedia.org/wiki/1/f%E3%82%86%E3%82%89%E3%81%8E>

(フリー百科事典『ウィキペディア (Wikipedia)』)

http://www.at-home-academy.jp/archive/mathematics_physics/0000000230_01.html

(at home 教授対談シリーズ こだわりアカデミー $1/f$ ゆらぎの謎にせまる)

書籍

H18 年度木曾高校理数科課題研究報告集

「地形、音楽等に見られるゆらぎについての数理的な研究」

8, 謝辞

- ・実験道具を提供してくださった、岩垂先生、黒田先生、ありがとうございました。
- ・アンケートに協力してくださった、1年4組のみなさんと2年4組のみなさん、ありがとうございました。